

מבחן 2024, קיץ מועד א - שאלון 35371

שאלה 2 - הסתברות

מבחן 2024, קיץ מועד א - שאלון 35371

2. בצירוף שלפניכם שני גלגלים, גלגל א' וגלגל ב'.



גלגל א' מחולק לשלוש גזרות שוות בגודלן: על כל גזרה רשום אחד מן המספרים 1, 2, 3.

גלגל ב' מחולק לשלוש גזרות: גזרה אחת שגודלה $\frac{1}{2}$ עיגול ועליה רשום המספר 1,

ושתי גזרות נוספות שהגודל של כל אחת מהן הוא $\frac{1}{4}$ עיגול, ועל כל אחת מהן רשום אחד מן המספרים 2, 4. (ראו ציור).

מסובבים כל גלגל פעם אחת. כל אחד מן הגלגלים נעצר באקראי על אחד מן המספרים (הוא לא נעצר על הקווים המפרידים בין הגזרות).

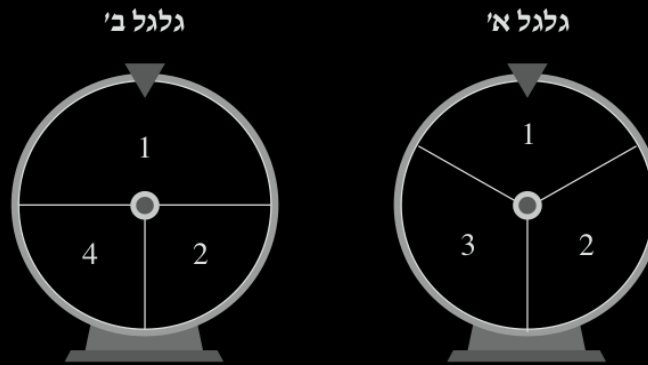
00:01



44:26



2. בציוור שלפניכם שני גלגלים, גלגל א' וגלגל ב'.



גלגל א' מחולק לשלוש גזרות שוות בגודלן: על כל גזרה רשום אחד מן המספרים 1, 2, 3.

גלגל ב' מחולק לשלוש גזרות: גזרה אחת שגודלה $\frac{1}{2}$ עיגול ועליה רשום המספר 1,

ושתי גזרות נוספות שהגודל של כל אחת מהן הוא $\frac{1}{4}$ עיגול, ועל כל אחת מהן רשום אחד מן המספרים 2, 4. (ראו ציור).

מסובבים כל גלגל פעם אחת. כל אחד מן הגלגלים נעצר באקראי על אחד מן המספרים (הוא לא נעצר על הקווים המפרידים בין הגזרות).

א. מהי ההסתברות שגלגל א' ייעצר על מספר גדול מ-1?

ב. מהי ההסתברות ששני הגלגלים ייעצרו על המספר 2?

ג. מהי ההסתברות ששני הגלגלים ייעצרו על אותו המספר?

ד. מהי ההסתברות שסכום המספרים שעליהם ייעצרו שני הגלגלים יהיה 5?

הסתברויות:

הסתברות של A ו- B (A , B מאורעות):

הסתברות של A וגם B כאשר A ו- B

הם מאורעות בלתי תלויים:

הסתברות המאורע המשלים ל- A :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

הגודל של כל גזרה בגלגל הוא ההסתברות שתתקבל אותה גזרה בסיבוב הגלגל

נחשב את ההסתברות של כל גזרה בגלגל בהתאם לגודל היחסי של הגזרה בגלגל.

עבור גלגל א':

• $P_{A-1} = \frac{1}{3} = 0.33$ - ההסתברות לקבלת המספר 1 בגלגל א'.

• $P_{A-2} = \frac{1}{3} = 0.33$ - ההסתברות לקבלת המספר 2 בגלגל א'.

• $P_{A-3} = \frac{1}{3} = 0.33$ - ההסתברות לקבלת המספר 3 בגלגל א'.

עבור גלגל ב':

• $P_{B-1} = \frac{1}{2} = 0.5$ - ההסתברות לקבלת המספר 1 בגלגל ב'.

• $P_{B-2} = \frac{1}{4} = 0.25$ - ההסתברות לקבלת המספר 2 בגלגל ב'.

• $P_{B-4} = \frac{1}{4} = 0.25$ - ההסתברות לקבלת המספר 4 בגלגל ב'.

סעיף א: ההסתברות שיתקבל בגלגל א' מספר הגדול מ-1.

לחישוב ההסתברות נשתמש במאורע המשלים, משמע שההסתברות לקבלת מספר הגדול מ-1

היא כאשר לא מתקבל המספר - 1:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(\bar{1}) = 1 - P(1)$$

$$P(\bar{1}) = 1 - P_{A-1}$$

$$P(\bar{1}) = 1 - 0.33$$

ההסתברות לקבלת מספר הגדול מ- 1 בגלגל א': $P(\bar{1}) = 0.67$

סעיף ב: חישוב ההסתברות ששני הגלגלים יעצרו על המספר 2.

כל גלגל נחשב במאורע בפני עצמו.

נחשב את ההסתברות שגם גלגל א' וגם גלגל ב' יעצרו על המספר 2 באמצעות הנוסחה:

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A-2) * P(B-2)$$

$$P(A \cap B) = 0.33 * 0.25$$

ההסתברות לקבלת 2 בשני הגלגלים: $P(A \cap B) = 0.08$

סעיף ג: חישוב ההסתברות ששני הגלגלים יעצרו על אותו מספר.

יש שני מאורעות שבהם שני הגלגלים יעצרו על אותו מספר, או שבשני הגלגלים יתקבל המספר 1 או שבשני הגלגלים יתקבל המספר 2, ולכן לחישוב ההסתברות נשתמש במשפט של או:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

• $P(A)$ - ההסתברות שבשני הגלגלים יתקבל המספר- 1.

• $P(B) = 0.08$ - ההסתברות שבשני הגלגלים יתקבל המספר- 2.

נחשב את ההסתברות שבשני הגלגלים יתקבל המספר 1 באמצעות המשפט של "גם":

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A-1) * P(B-1)$$

$$P(A \cap B) = 0.33 * 0.5 = 0.16$$

ההסתברות שבשני הגלגלים יתקבל המספר- 1:

$$P(A)=0.16$$

חישוב ההסתברות שבשני הגלגלים יתקבל אותו מספר:

$$P(A \cup B) = 0.16 + 0.08 - 0.16 * 0.08$$

$$P(A \cup B) = 0.22$$

סעיף ד: חישוב ההסתברות שסכום המספרים בשני הגלגלים שווה ל- 5.

ישנם שני מאורעות שבהם יכול להתקבל המספר 5:

- בגלגל א' מתקבל 1, ובגלגל ב' מתקבל 4.
- בגלגל א' מתקבל 3, ובגלגל ב' מתקבל 2.

המשמעות היא שיש כאן שני מאורעות העונים לתנאי, ולכן לחישוב ההסתברות נתשמש במשפט של "או":

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A) \text{ - בגלגל א' מתקבל 1, ובגלגל ב' מתקבל 4.}$$

$$P(B) \text{ - בגלגל א' מתקבל 3, ובגלגל ב' מתקבל 2.}$$

נחשב את ההסתברות לקבלת בגלגל א' 1, ובגלגל ב' 4:

$$P(A \cap B) = P(A - 1) * P(B - 4)$$

$$P(A \cap B) = 0.33 * 0.25 = 0.08$$

$$P(A) = 0.08$$

נחשב את ההסתברות לקבלת בגלגל א' 3, ובגלגל ב' 2:

$$P(A \cap B) = P(A - 3) * P(B - 2)$$

$$P(A \cap B) = 0.33 * 0.25$$

$$P(B) = 0.08$$

חישוב ההסתברות לקבלת סכום המספרים 5- בתוצאות הגלגלים:

$$P(A \cup B) = 0.08 + 0.08 - 0.08 * 0.08$$

$$P(A \cup B) = 0.15$$