

מבחן 2024, קיץ מועד א - שאלון 35371

שאלה 1 - גדילה ודעיכה

מבחן 2024, קיץ מועד א - שאלון 35371

1. מספר התושבים בעיר א' גדל בכל שנה ב-6%.

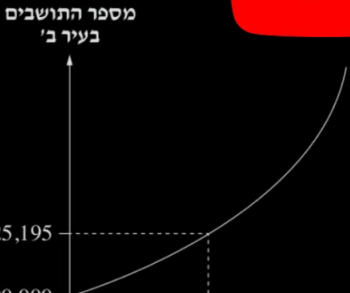
א. בתחילת שנת 2010 היו בעיר א' 24,000 תושבים.

(1) כמה תושבים היו בעיר א' בתחילת שנת 2015?

(2) כמה תושבים היו בעיר א' בתחילת שנת 2008?

מספר התושבים בעיר ב' גדל בכל שנה ב-6%.

לפניכם גרף המתאר את מספר התושבים בעיר ב'.



00:02 37:19

1. מספר התושבים בעיר א' גדל בכל שנה ב- 6%.

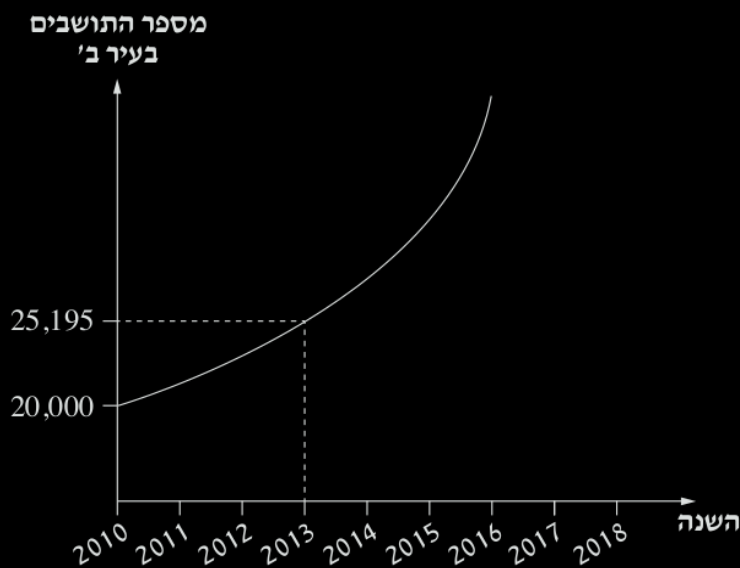
א. בתחילת שנת 2010 היו בעיר א' 24,000 תושבים.

(1) כמה תושבים היו בעיר א' בתחילת שנת 2015?

(2) כמה תושבים היו בעיר א' בתחילת שנת 2008?

מספר התושבים בעיר ב' גדל בכל שנה באחוז קבוע.

לפניכם גרף המתאר את מספר התושבים בעיר ב', לפי שנים.



היעזרו בגרף, וענו על הסעיפים ב-ג.

ב. מה היה מספר התושבים בעיר ב' בתחילת שנת 2013?

ג. באיזו עיר, א' או ב', מספר התושבים גדל באחוז גדול יותר בכל שנה? נמקו את תשובתכם.

חזקות:

$$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}, \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}, \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}, \quad a^x \cdot a^y = a^{x+y} \\ (b \neq 0 \quad a \neq 0)$$

גדילה ודעיכה:

$M_t = M_0 \cdot q^t$, כאשר שיעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן הוא q , ופרק הזמן הוא t

סעיף א.1: חישוב מספר התושבים בעיר א' בתחילת שנת 2015.

נתונים:

- 6% - קצב הגדילה השנתי בעיר א'.
 - $M_{2010} = 24000$ - מספר התושבים בעיר א' בתחילת שנת 2010.
- נחשב את מספר התושבים בעיר א' בתחילת שנת 2015 באמצעות הנוסחה לגדילה:

$$M_t = M_0 * q^t$$

$$M_{2015} = M_{2010} * q^t$$

נחשב את שיעור הגדילה אמצעות המשוואה:

$$q = 1 + \frac{6}{100} = 1.06$$

נחשב את פרק הזמן מתחילת שנת 2010 עד תחילת שנת 2015:

2010, 2011, 2012, 2013, 2014

$$t = 5 \text{ years}$$

חישוב מספר התושבים בעיר א' בתחילת שנת 2015:

$$M_{2015} = 24000 * 1.06^5$$

$$M_{2015} = 32117$$

סעיף א.2: חישוב מספר התושבים בעיר א' בתחילת שנת 2008.

נחשב את מספר התושבים בעיר א' בתחילת שנת 2008 באמצעות הנוסחה לגדילה:

$$M_t = M_0 * q^t$$

נחשב עבור התקופה מ- 2008 עד תחילת 2010:

$$M_{2010} = M_{2008} * q^t$$

• $q = 1.06$ - שיעור הגדילה השנתי של עיר א'.

• $t = 2$ - פרק הזמן עבור השנים 2008, 2009.

$$24000 = M_{2008} * 1.06^2$$

$$24000 = M_{2008} * 1.12$$

$$M_{2008} = \frac{24000}{1.12}$$

מספר התושבים בעיר א' בתחילת שנת 2008: $M_{2008} = 21428$

סעיף ב: מציאת מספר התושבים בעיר ב' בתחילת שנת 2013.

ניתן לראות בגרף שבעיר ב' בתחילת שנת 2013 היו בעיר 25,195 תושבים.

סעיף ג: מציאת העיר בה יש קצב גדילה שנתי גדול יותר.

עבור שתי הערים נחשב את מספר התושבים שנוספו בתקופת השנים 2010 עד 2013.

העיר בה נוספו יותר תושבים היא העיר בה קצב הגדילה השנתי הוא גדול יותר.

• עיר ב':

נחשב את מספר התושבים שנוספו לעיר בין השנים 2010 עד תחילת 2013:

$$B_{2013} - B_{2010}$$

$$B = 25195 - 20000$$

$$B = 5195$$

• עיר א':

ראשית נחשב את מספר התושבים שהיו בעיר א' בתחילת שנת 2013, באמצעות נוסחת הגדילה:

$$M_t = M_0 * q^t$$

$$M_{2013} = M_{2010} * q^t$$

פרק הזמן מתחילת 2010 עד תחילת 2013 הוא 3 שנים.

$$M_{2013} = 24000 * 1.06^3$$

$$M_{2013} = 28584$$

נחשב את מספר התושבים שנוספו לעיר א' בין השנים 2010 עד תחילת 2013:

$$A = A_{2013} - A_{2010}$$

$$A = 28584 - 24000$$

$$A = 4584$$

מספר התושבים שנוספו לכל עיר בין השנים 2010 עד תחילת 2013:

- $A = 4584$ - מספר התושבים שנוספו לעיר א'.

- $B = 5195$ - מספר התושבים שנוספו לעיר ב'.

כיוון שעבור אותה תקופת זמן נוספו לעיר ב' יותר תושבים, אז המשמעות היא שאחוז הגדילה השנתי של עיר ב' הוא גדול יותר.